

== 1次方程式の解き方 ==

○ 1次方程式を解くとは

$3x+5=-1$ …(1) のように未知数 x を含む等式を x についての方程式といいます。

この頁では、1次方程式から「等式の性質」を使って解を求める方法を学びます。

$x=\dots$ の形をした式を解といいます。解を求めるためには、左辺が1つの x だけになるように変形します。

○ 等式の性質

(I) 等式の両辺に同じ数を「引いたり」「足したり」しても、等式は成り立つ。(左辺と右辺には必ず同じ変形をしなければなりません。)

$$A=B \Rightarrow A+C=B+C$$

$$A=B \Rightarrow A-C=B-C$$

【例】

○ $x-3=1 \Rightarrow x-3+3=1+3$

※左辺の -3 を取り除くには、「両辺に」 $+3$ を付けます。

※左辺と右辺には必ず同じ変形をしなければなりません。

※左辺の $-3+3$ は $+0$ になって消えます。右辺の $1+3$ は 4 になります。

$$\Rightarrow x=4 \text{ …(解)}$$

○ $x+3=1 \Rightarrow x+3-3=1-3$

※左辺の $+3$ を取り除くには、「両辺に」 -3 を付けます。

※左辺と右辺には必ず同じ変形をしなければなりません。

※左辺の $+3-3$ は $+0$ になって消えます。右辺の $1-3$ は -2 になります。

$$\Rightarrow x=-2 \text{ …(解)}$$

(II) 等式の両辺に同じ数を「割ったり」「掛けたり」しても、等式は成り立つ。(ただし、 0 で割ってはいけません。)(左辺と右辺には必ず同じ変形をしなければなりません。)

$$A=B \Rightarrow A \times C = B \times C$$

$$A=B \Rightarrow A \times \frac{1}{C} = B \times \frac{1}{C}$$

【例】

○ $3x=6 \Rightarrow 3x \times \frac{1}{3} = 6 \times \frac{1}{3}$

※左辺の 3 は「掛け算」として付いているので、これを取り除くには、「両辺に」 $\times \frac{1}{3}$ を付けます。

※左辺と右辺には必ず同じ変形をしなければなりません。

※左辺の $3 \times \frac{1}{3}$ は $\times 1$ になって消えます。右辺の $6 \times \frac{1}{3}$ は 2 になります。

$$\Rightarrow x=2 \text{ …(解)}$$

○ $\frac{x}{3}=2 \Rightarrow \frac{x}{3} \times 3 = 2 \times 3$

※左辺の 3 は「割り算」として付いているので、これを取り除くには、「両辺に」 $\times 3$ を付けます。

※左辺と右辺には必ず同じ変形をしなければなりません。

※左辺の $\frac{x}{3} \times 3$ は $\times 1$ になって消えます。

右辺の 2×3 は 6 になります。

$$\Rightarrow x=6 \text{ …(解)}$$

中学1年生で、方程式がうまく解けない人は、上の(I)と(II)を使う場面を混同していることがあります。

特に、 $3x=6$ のような方程式で、両辺から 3 を引いても左辺の 3 は取り除けません。

$3x$ のように 3 と x とが「掛け算」で結びついているときは、

問題1 次の空欄に入る式を右から選んで入れなさい。

(はじめに空欄を選び、続いて右の式を選びなさい。正しければ代入されます、間違っていれば元に戻ります。)

(1) $x-2=5$

$$x-2+\square=5+\square$$

$$x=\square$$

《式》

$$-12 \quad -11 \quad -10 \quad -9$$

(2) $x+4=7$

$$x+4-\square=7-\square$$

$$x=\square$$

$$-8 \quad -7 \quad -6 \quad -5$$

$$-4 \quad -3 \quad -2 \quad -1$$

(3) $2x=12$

$$2x \times \square = 12 \times \square$$

$$x=\square$$

$$0 \quad 1 \quad 2 \quad 3$$

$$4 \quad 5 \quad 6 \quad 7$$

(4) $\frac{x}{4}=-3$

$$\frac{x}{4} \times \square = -3 \times \square$$

$$x=\square$$

$$8 \quad 9 \quad 10 \quad 11$$

$$12 \quad -\frac{1}{4} \quad -\frac{1}{3} \quad -\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{4} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{2}$$

問題2 次の空欄に入る式を右から選んで入れなさい。

(はじめに空欄を選び、続いて右の式を選びなさい。正しければ代入されます、間違っていれば元に戻ります。)

(1) $x-3=-7$

$$x-3+\square=-7+\square$$

$$x=\square$$

《式》

$$-12 \quad -11 \quad -10 \quad -9$$

(2) $x+5=-3$

$$x+5-\square=-3-\square$$

$$x=\square$$

$$-8 \quad -7 \quad -6 \quad -5$$

$$-4 \quad -3 \quad -2 \quad -1$$

(3) $-3x=2$

$$-3x \times (\square) = 2 \times (\square)$$

$$x=\square$$

$$0 \quad 1 \quad 2 \quad 3$$

$$4 \quad 5 \quad 6 \quad 7$$

(4) $-\frac{x}{3}=\frac{1}{2}$

$$-\frac{x}{3} \times (\square) = \frac{1}{2} \times (\square)$$

$$x=\square$$

$$8 \quad 9 \quad 10 \quad 11$$

$$12 \quad -\frac{2}{3} \quad -\frac{1}{3} \quad -\frac{3}{2}$$

$$-\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{3}{2} \quad \frac{1}{3}$$

$$\frac{2}{3}$$

~~$3x=6 \Rightarrow x=6-3$~~
 x の係数だけを移項することはできない

~~$3x+1=6 \Rightarrow x+1=2$~~

1をそのままにして、3と6だけを割ることはできない

「割り算(分数の掛け算)」で3を取り除きます。

○ x が両辺にあるとき

x が両辺にある1次方程式では、 x を含む項を左辺に集め、定数項を右辺に集めるように変形します。

【例】

○ $5x-2=3x+4$

$5x-3x-2=3x-3x+4$
(これは「引き算」)

右辺の $3x$ を取り除くには、「両辺に」 $-3x$ を付けます。(I)の性質は x を含んだ式にも使えます。)

$2x-2=4$

x の係数を簡単にします。

$2x-2+2=4+2$
(これは「足し算」)

左辺の -2 を取り除くには、「両辺に」 $+2$ を付けます。(I)の性質)

$2x=6$
 $2x \times \frac{1}{2} = 6 \times \frac{1}{2}$

定数項を簡単にします。

(ここだけが「割り算」: 分数の「掛け算」)

左辺の 2 を取り除くには、「両辺に」 $\times \frac{1}{2}$ を付けます。(II)の性質)

$x=3$

…(答)

【変形する順序が重要】

$5x-2=3x+4$ のような方程式を変形するときは、

(I)の足し算・引き算だけを使って



$ax=b$ の形にする。



最後に、(II)を使って掛け算・割り算をする。

問題3 次の空欄に入る式を右から選んで入れなさい。
(はじめに空欄を選び、続いて右の式を選びなさい。正しければ代入されます、間違っていれば元に戻ります。)

(1) $5x+3=3x+7$

$5x-?x+3=3x-?x+7$

$?x+3=7$

$?x+3-?=7-?$

$?x=?$

$?x \times ? = 4 \times ?$

$x=?$

(2) $-3x+8=-5x-6$

$-3x+?x+8=-5x+?x-6$

$?x+8=-6$

$?x+8-?=-6-?$

$?x=?$

$?x \times ? = ? \times ?$

$x=?$

《式》

-14	-13	-12	-11	-10	-9	-8
-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1
0	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$
		$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$			

○ 移項という考え方

次の変形のように「両辺から4を引く」計算の最初と最後を見ると、4の符号を変えて他方の辺に移動したかになっています。

$$3x+4=6$$

$$\downarrow$$

$$3x+4-4=6-4$$

$$\downarrow$$

$$3x=6-4$$

また、次の変形のように「両辺から2xを引く」計算の最初と最後を見ると、2xの符号を変えて他方の辺に移動したかになっています。

$$5x+4=2x+6$$

$$\downarrow$$

$$5x-2x+4=2x-2x+6$$

$$\downarrow$$

$$5x-2x=6-4$$

このように、上の(1)で述べた変形は、「項になっているものは、符号を変えて他方の辺に移動してよい」とまとめることができます。

これを「移項」といいます。

$$ax+b=cx+d$$

↓ cx を移項する

$$ax-cx+b=d$$

$$ax+b=cx+d$$

↓ b を移項する

$$ax=cx+d-b$$

$$ax+b=-cx+d$$

↓ $-cx$ を移項する

$$ax+cx+b=d$$

$$ax-b=cx+d$$

↓ $-b$ を移項する

$$ax=cx+d+b$$

【移項はとても危険、しかし便利】

$$5x+4=2x+6$$

係数(掛けてあるもの)は「移項」できない

$$5x+4=2x+6$$

項(足したり、引いたりしてあるもの)は「移項」できる

図のように、移項できるのは足し算や引き算で区切られた「項」丸ごとです。係数だけを移項できると考えてはいけません。

1次方程式の計算がうまくできない中学生が最も間違いやすいのが移項です。

$$ax+b=cx+d$$

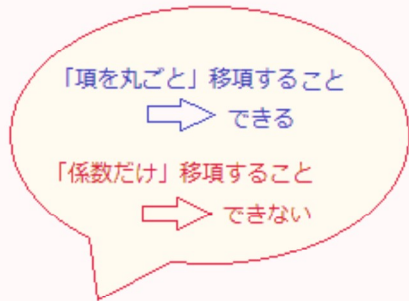
↓ こんな計算は間違い

$$ax+b-c=d$$

$$ax+b=-cx+d$$

↓ こんな計算は間違い

$$ax+b+c=d$$



問題4 次の空欄に入る式を右から選んで入れなさい。(はじめに空欄を選び、続いて右の式を選びなさい。正しければ代入されます、間違っていれば元に戻ります。)

(1) $3x=7x+8$ の $7x$ を移項すると
? = 8

(2) $7x=-3x+8$ の $-3x$ を移項すると
? = 8

(3) $7x+8=3x$ の 8 を移項すると
 $7x=?$

(4) $-7x-8=-3x$ の -8 を移項すると
 $-7x=?$

	《式》		
$7x+3x$	$7x-3x$	$3x-7x$	
$7x+3$	$3x-7$	$3x+8$	
$3x-8$	$-3x+8$	$-3x-8$	