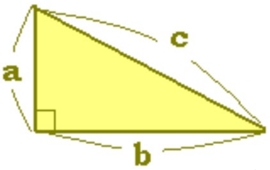
《三平方の定理》

《解説》

■次のような直角三角形の3辺の長さについては，

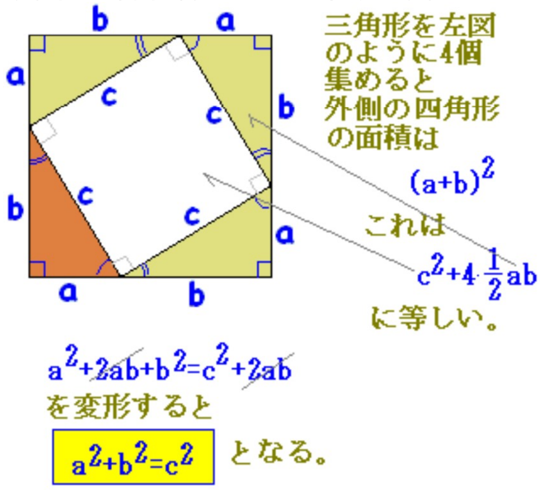
$$\boxed{a^2+b^2=c^2}$$

が成り立ちます．（これを**三平方の定理**といいます．）



これを用いて3辺の長さのうち2辺の長さが分かっているとき，残りの1辺の長さを求めることができます．

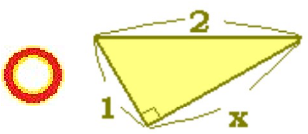
[証明]・・・証明の仕方は何十通り～何百通りあると言われています。中でも簡単そうなのは次の証明です。



《問題1》

次の直角三角形において，xの長さを求めなさい

(1)



$\sqrt{2}$　$\sqrt{3}$　$\sqrt{5}$　$\sqrt{6}$　3　5

Help　解説　やり直す

三平方の定理により $2^2=1^2+x^2$

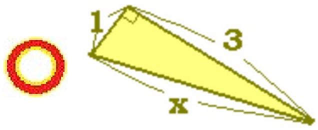
$x^2=3$

$x=\sqrt{3}$ (>0)

【答案の傾向】2012.2.19--2012.8.28の期間に寄せられた答案について（以下の問題についても同様）

(1) 答案の70%は正答ですが，$\sqrt{5}$を選ぶ誤答が9%あります．この間違いは，三平方の定理の式は一応使えるが「斜辺」と「1辺」とがはっきりと区別できていないときに起ると考えられます．この問題では，求めたいものは「1辺」ですから$1^2+x^2=2^2$からxを求めます．

(2)



$2\sqrt{2}$　2　$\sqrt{10}$　$2\sqrt{3}$　8　10

Help　解説　やり直す

三平方の定理により $x^2=1^2+3^2=10$

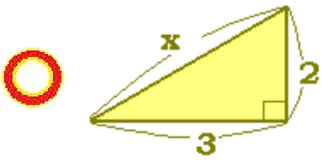
$x=\sqrt{10}$ (>0)

【答案の傾向】

(2) 答案の69%は正答ですが，10を選ぶ誤答が9%あります．この間違いは，三平方の定理の式は一応使えるがx^2の値が出ると油断してしまってそのまま答えにしてしまうのが原因だと考えられます．$x^2=10$から$x=\sqrt{10}$ にしなければなりません．

安心するのはまだ早い！　油断大敵！

(3)



5　$\sqrt{5}$　$\sqrt{7}$　$\sqrt{11}$　13　$\sqrt{13}$

Help　解説　やり直す

三平方の定理により $x^2=2^2+3^2=4+9=13$

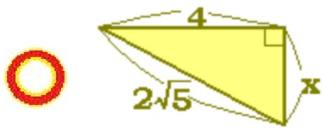
$x=\sqrt{13}$ (>0)

【答案の傾向】

(3) 答案の78%は正答ですが，13を選ぶ誤答が6%あります．この間違いは，三平方の定理の式は一応使えるがx^2の値が出ると油断してしまってそのまま答えにしてしまうのが原因だと考えられます．$x^2=13$から$x=\sqrt{13}$ にしなければなりません．

安心するのはまだ早い！　油断大敵！

(4)



$\sqrt{2}$　$\sqrt{3}$　2　3　4　6

Help　解説　やり直す

三平方の定理により $(2\sqrt{5})^2=4^2+x^2$

$x^2=20-16=4$

$x=...$ (>0)

【答案の傾向】

(4) 答案の65%は正答ですが，4や6を選ぶ誤答が7%，8%あります．この間違いは，三平方の定理の式は一応使えるが「斜辺」と「他の辺」を求めるときがよく分かっていない場合や根号計算$(2\sqrt{5})^2=20$が正確にできないことによると考えられます．

根号計算をしかりやろう！⇒$(a\sqrt{b})^2=a^2b$

*** いくらやってもできない場合
→ 根号計算の間違いに注意 ***

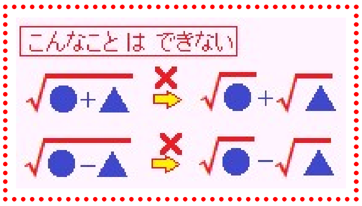
○根号の中を1つの数字に直してからルート（平方根のうちの正の方）を考えること

$\sqrt{3^2+4^2} \to \sqrt{3^2}+\sqrt{4^2}=3+4=7$ は×

$\sqrt{3^2+4^2} \to \sqrt{9+16}=\sqrt{25}=5$ は○

$\sqrt{2^2-1^2} \to \sqrt{2^2}-\sqrt{1^2}=2-1=1$ は×

$\sqrt{2^2-1^2} \to \sqrt{4-1}=\sqrt{3}$ は○



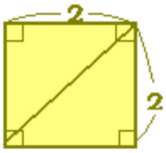
○根号の中で2乗になっている数は外に出ると1つになる．1つしかないものは出られない．

$\sqrt{12} \to \sqrt{2^2 \cdot 3}=2\sqrt{3}$

○根号の中に3個あるものは2個と1個に分ける

$\sqrt{8} \to \sqrt{2^2 \cdot 2}=2\sqrt{2}$

《問題2》
次の正方形の対角線の長さを求めなさい．



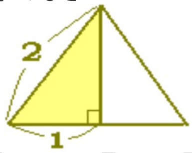
$\sqrt{2}$ $\sqrt{3}$ 2 $\sqrt{5}$ $2\sqrt{2}$

Help 解説 やり直す

対角線の長さを x とおくと，三平方の定理により
$x^2=2^2+2^2=4+4=8$
$x=...\ (>0)$

【答案の傾向】
答案の76%は正答ですが，$\sqrt{2}$ を選ぶ誤答が6%あります．この間違いは，正方形と言えば斜辺は$\sqrt{2}$ と短絡的に覚えてしまうことが原因だと考えられます．1辺の長さが2になっていますので，これに対応した斜辺にしなければなりません．

《問題3》
次の正三角形の高さを求めなさい．



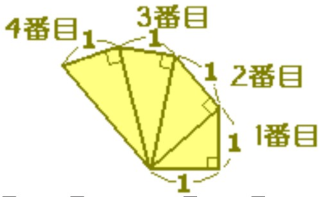
$\sqrt{2}$ $\sqrt{3}$ 2 $\sqrt{5}$ $2\sqrt{2}$

Help 解説 やり直す

三角形の高さを h とおくと，三平方の定理により $2^2=1^2+h^2$
$h^2=4-1=3$
$h=...\ (>0)$

【答案の傾向】
答案の65%は正答ですが，$2\sqrt{2}$ を選ぶ誤答が12%あります．
三平方の定理を使うためには，「2つの辺の長さが分かっていて，残りの1辺の長さを求める」という形にしなければなりませんが，そのためには「正三角形」ということを利用して「頂点から垂線を引く」ことが必要です．

《問題4》
1番目の三角形として直角をはさむ2辺の長さが1，1である直角三角形を作ります．
次に，その斜辺と長さ1の辺を直角をはさむ2辺として，2番目の三角形を作ります．
さらに，できた斜辺と長さ1の辺を直角をはさむ2辺として，3番目の三角形を作ります．
同様にして，4番目の三角形を作ったとき，4番目の三角形の斜辺の長さを求めなさい．



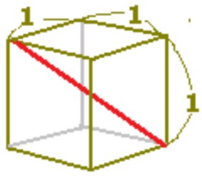
$\sqrt{2}$ $\sqrt{3}$ 2 $\sqrt{5}$ $\sqrt{6}$

Help 解説 やり直す

1番目の三角形の斜辺は，三平方の定理により
$\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$
その結果を使って，2番目の三角形の斜辺は，
$\sqrt{(\sqrt{2})^2+1^2}=\sqrt{3}$
その結果を使って，3番目の三角形の斜辺は，
$\sqrt{(\sqrt{3})^2+1^2}=\sqrt{4}=2$
その結果を使って，4番目の三角形の斜辺は，
$\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$

【答案の傾向】

《問題5》
1辺の長さが1の立方体の対角線の長さを求めなさい．



$\sqrt{2}$ $\sqrt{3}$ 2 $\sqrt{5}$ $2\sqrt{2}$

Help 解説 やり直す

側面の正方形の斜辺は，三平方の定理により
$\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$
その結果を使うと，立方体の対角線は，
$\sqrt{(\sqrt{2})^2+1^2}=\sqrt{2+1}=\sqrt{3}$

【答案の傾向】
答案の59%は正答ですが，$2\sqrt{2}$ を選ぶ誤答が10%あります．
2つの平面図形に分けることができずに，適当に選んだという感じがします．

答案の57%は正答ですが，$\sqrt{3}$ を選ぶ誤答が10%あります．
作業が長くなっても最後までやらないと･･･