

== 2次方程式の解き方 == (まとめ)

○ 2次方程式の解の公式を用いればどんな2次方程式でも解くことができますが、通常「簡単な方法でも解ける問題は、簡単な方法で解く」ようにし、複雑な方法は必要なときだけ使うようにします。

(たとえ話： 植木鉢をいじるには移植ゴテがあれば十分で、スコップやブルドーザーはいりません。山を削るにはスコップでは無理でブルドーザーがよい。)

○ このように、

(A)  $x^2=a \rightarrow x=\pm\sqrt{a}$  で解ける問題は、これで解く。

(A)で解けない問題は

(B) 因数分解で解く。

(B)でも解けない問題は

(C) 解の公式で解く。

(中学校の教科書に登場する  $(x+a)^2=b$  の形の方程式は、解の公式に吸収されると考えればよく、特に覚える必要はない。)

○ 実際に2次方程式を解くときは、以上の(A)→(B)→(C)の順に検討し、なるべく楽な方法で解くようにします。

(A)

【 $x$  の1次の項がないもの】

$x^2=a \rightarrow x=\pm\sqrt{a}$  のように変形する。

例1

$$x^2=6 \rightarrow x=\pm\sqrt{6}$$

次の例のように根号が簡単になるときは、簡単にしなければならない。

例2

$$x^2=18 \rightarrow x=\pm\sqrt{18} = \pm 3\sqrt{2}$$

次の例のように根号がはずれて整数になるときは、整数にしなければならない。

例3

$$x^2=4 \rightarrow x=\pm\sqrt{4} = \pm 2$$

次の例のように  $x^2$  の係数が1でないときは、その係数で割ってから考える。

例4

$$4x^2=5 \rightarrow x^2=\frac{5}{4} \rightarrow x=\pm\sqrt{\frac{5}{4}} = \pm\frac{\sqrt{5}}{2}$$

(B)

【 $x$  の1次の項があるもの】

$$x^2+5x+6=0 \rightarrow (x+2)(x+3)=0$$

$$\rightarrow x+2=0 \text{ または } x+3=0 \rightarrow x=-2 \text{ または } x=-3$$

のように因数分解で解けるときは、因数分解で解く。

※因数分解の符号と解の符号が逆になる点に注意

例5

$$x^2+3x+2=0 \rightarrow (x+1)(x+2)=0$$

$$\rightarrow x+1=0 \text{ または } x+2=0 \rightarrow x=-1 \text{ または } x=-2$$

例6

$$x^2+4x-12=0 \rightarrow (x+6)(x-2)=0$$

$$\rightarrow x+6=0 \text{ または } x-2=0 \rightarrow x=-6 \text{ または } x=2$$

[問題1]

(1)  $x^2=11 \rightarrow x=\pm\sqrt{\square}$

採点する

やり直す

(2)  $x^2=12 \rightarrow x=\pm\square\sqrt{\square}$

採点する

やり直す

(3)  $x^2=25 \rightarrow x=\pm\square$

採点する

やり直す

(4)  $9x^2=7 \rightarrow x=\pm\frac{\sqrt{\square}}{\square}$

採点する

やり直す

[問題2]

(1)  $x^2+8x+15=0 \rightarrow x=\square, \square$   
(ただし、小さい順とする)

採点する

やり直す

(2)  $x^2-7x+12=0 \rightarrow x=\square, \square$   
(ただし、小さい順とする)

採点する

やり直す

例7

$$x^2-4x+4=0 \rightarrow (x-2)^2=0$$

$$\rightarrow x-2=0 \rightarrow x=2$$

※次の例で、一方の解  $x=0$  を忘れる答案が多いので注意

例8

$$x^2-5x=0 \rightarrow x(x-5)=0$$

$$\rightarrow x=0 \text{ または } x-5=0 \rightarrow x=0 \text{ または } x=5$$

※  $x^2=5x \rightarrow x=\pm\sqrt{5x}$  などとすると解けなくなる。(右辺にまだ  $x$  が残っている.)

$x^2=a \rightarrow x=\pm\sqrt{a}$  の公式は  $a$  が定数のときに使う.

※  $x^2-9=0$  のような問題は因数分解で解けるが、 $x^2-8=0$  のような問題を因数分解で解くことは発展学習なので、(A)の方法で解く。[例外]

(C)

$x$  の1次の項があるもので、因数分解できないものは解の公式で解く.

$$ax^2+bx+c=0 \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} \quad (a \neq 0)$$

例9

$$x^2+5x+2=0 \rightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2-8}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{17}}{2}$$

例10

$$3x^2+5x-1=0 \rightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2+12}}{6} = \frac{-5 \pm \sqrt{37}}{6}$$

根号を変形して約分できるものは、約分しなければならない.

例11

$$2x^2-6x+1=0 \rightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{6^2-8}}{4} = \frac{6 \pm \sqrt{28}}{4}$$

$$= \frac{6 \pm 2\sqrt{7}}{4} = \frac{3 \pm \sqrt{7}}{2} \quad (\text{この約分は間違いやすいので注意})$$

根号が完全にはずれるものは、±を分けると簡単になるので分けなければならない.

例12

$$2x^2-5x-3=0 \rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{5^2+24}}{4} = \frac{5 \pm \sqrt{49}}{4}$$

$$= \frac{5 \pm 7}{4} \rightarrow x = 3, -\frac{1}{2}$$

$x^2$  の係数が負になっているとき、そのまま計算すると間違いやすいので、両辺に-1を掛けて、符号を変えてから解の公式を使う.

(3)  $x^2+x-42=0 \rightarrow x = \frac{\quad \pm \sqrt{\quad}}{\quad}$   
(ただし、小さい順とする)

採点する やり直す

(4)  $x^2+10x+25=0 \rightarrow x = \frac{\quad \pm \sqrt{\quad}}{\quad}$

採点する やり直す

(5)  $x^2+6x=0 \rightarrow x = \frac{\quad \pm \sqrt{\quad}}{\quad}$   
(ただし、小さい順とする)

採点する やり直す

[問題3]

(1)  $x^2+7x+5=0 \rightarrow x = \frac{\quad \pm \sqrt{\quad}}{\quad}$

採点する やり直す

(2)  $7x^2+5x-1=0 \rightarrow x = \frac{\quad \pm \sqrt{\quad}}{\quad}$

採点する やり直す

(3)  $4x^2+6x-3=0 \rightarrow x = \frac{\quad \pm \sqrt{\quad}}{\quad}$

例13

$$-5x^2 - 6x + 3 = 0 \rightarrow 5x^2 + 6x - 3 = 0$$

$$\rightarrow x = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 + 60}}{10} = \frac{6 \pm \sqrt{96}}{10}$$

$$= \frac{6 \pm 4\sqrt{6}}{10} = \frac{-3 \pm 2\sqrt{6}}{5}$$

式が両辺にあるときや未整理になっているときは、全部左辺に移項してから解の公式を使う。

例14

$$3(x+1)^2 = 4x^2 + x + 4 \rightarrow 3x^2 + 6x + 3 = 4x^2 + x + 4$$

$$\rightarrow -x^2 + 5x - 1 = 0 \rightarrow x^2 - 5x + 1 = 0$$

$$\rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}$$

採点する

やり直す

(4)  $3x^2 - 5x + 2 = 0 \rightarrow x = \frac{\square}{\square}, \square$

採点する

やり直す

(5)  $-4x^2 + 7x - 2 = 0 \rightarrow x = \frac{\square \pm \sqrt{\square}}{\square}$

採点する

やり直す

(6)  $2(x-1)(x+1) = 5(x+2)^2 \rightarrow x = \frac{\square \pm \sqrt{\square}}{\square}$

採点する

やり直す