

== 約分と最大公約数 ==

《解説》

○ 約分と公約数

分数の分母と分子が「共通の整数」で割り切れるときに、分母と分子をその共通の整数で割って簡単な数で表すことを「約分」といいます。

このとき、分母と分子に共通な整数を「公約数」といいます。

例

$$\frac{12}{20}$$

の分母20と分子12はいずれも4で割り切れる(→「共通な約数は4」→「4が公約数」)から、分母と分子を各々4で割ると、

$$\frac{3}{5}$$

と書けます。

実際に約分するとき、右の解説(1)のように「最大公約数」で割ると直ちに最終的な答にたどり着きますが、「最大公約数」を急に思いつかないときは(2)のように「公約数」で少しずつ割っていく方法もあります。…リラックスして気楽にやるとよいでしょう。

○ 公約数の見つけ方

・「2」で割り切れる数…1の位の数が0, 2, 4, 6, 8になっていれば、2で割り切れる。

・「3」で割り切れる数…各位の数の和が3で割り切れたら、元の数は3で割り切れる。

例 213の各位の数の和は $2+1+3=6$ になる。ここで、6は3で割り切れるから、213も3で割り切れると考えてよい。(証明は、中学校3年生の頃に習います。)

同様に、111, 789, 342なども3で割り切れます。

・「5」で割り切れる数…1の位の数が0, 5になっていれば、5で割り切れる。

⇒ このほか、7で割り切れる数、11で割り切れる数の見分け方なども小中学生向けの参考書に紹介されていますが、**たくさん覚えるのは大変**なので、上に紹介した**2, 3, 5だけを覚えて**おいて、他は右の解説のように「いろいろ試してみる」とできます。

**【秘密の方法】**

「速くやる」ことは、「えらゐり」のでもなく、「正しい」のでもありません。  
多くの生徒は、「速くしようと」間違えます。  
「ゆっくり、落ち着いて」やるとよくできるようになります。

《問題》

次の分数を約分して簡単にしてください。(「簡単にする」とは、なるべく小さな整数にすることをいいます。)

①  $\frac{10}{14} = \frac{\square}{\square}$

採点する やり直す

「公約数」と「最大公約数」

約分は、次のいずれかの方法で行うことができます。

(1) 最大公約数の4を見つけることができるときは、4で分母・分子を割って約分すれば、直ちに答になります。

$$\frac{12}{20} = \frac{12^3}{20^4} = \frac{3}{5}$$

(2) はじめに、公約数の2で約分して見て、まだ割れるかどうか確かめてから、さらに2で約分して、答にします。

12も20も2で割り切れるので、2で約分することもできますが、その場合は「まだ約分できる」ことになります。

$$\frac{12}{20} = \frac{12^6}{20^{10}} = \frac{6}{10}$$

$$\frac{6^3}{10^5} = \frac{3}{5}$$

※ 中学生向けの問題では、あまり大きな数字は登場しませんので、「最大公約数を正確に求めるには」と緊張しなくてもできます。

(1) 割れる数字で割って行って、それ以上割り切れないようになったら、答にする。

例  $\frac{150}{210} = \frac{150^{15}}{210^{21}} = \frac{15^5}{21^7} = \frac{5}{7}$

(2) 11, 13, 17, 19などで割り切れるかどうかを調べる方法は、普通は覚えません。これらの数で割り切れるかどうかは、「A: 試しに、割ってみる」「B: 取れるだけ取って、残りで考える」などの方法が考えられます。

Bの例

143と273の公約数を調べたいとき、2, 3, 5, 7のいずれでも割り切れないので、

・11で割り切れるかどうかを調べるには:

$143=110+33$	$273=220+53$
$110 \rightarrow 11$ で割り切れる	$220 \rightarrow 11$ で割り切れる
残り33 $\rightarrow 11$ で割り切れる $\rightarrow 143$ は11で割り切れる。	残り53 $\rightarrow 11$ で割り切れない $\rightarrow 273$ は11で割り切れない。

⇒ 以上により、11は143と273の公約数ではない。

・13で割り切れるかどうかを調べるには:

$143=130+13$	$273=260+13$
$130 \rightarrow 13$ で割り切れる	$260 \rightarrow 13$ で割り切れる
残り13 $\rightarrow 13$ で割り切れる $\rightarrow 143$ は13で割り切れる	残り13 $\rightarrow 13$ で割り切れる $\rightarrow 273$ は13で割り切れる

⇒ 以上により、13は143と273の公約数。

$$\frac{143}{273} = \frac{143^1}{273^1} = \frac{11}{21}$$

(2)  $\frac{9}{15} = \frac{\square}{\square}$

採点する やり直す

(3)  $\frac{30}{18} = \frac{\square}{\square}$

採点する やり直す

(4)  $\frac{70}{105} = \frac{\square}{\square}$

採点する やり直す

(5)  $\frac{84}{210} = \frac{\square}{\square}$

採点する やり直す

(6)  $\frac{210}{180} = \frac{\square}{\square}$

採点する やり直す

(7)  $\frac{105}{210} = \frac{\square}{\square}$

採点する やり直す

**(8)**  $\frac{99}{143} = \frac{\square}{\square}$  (2桁の整数で試してください)

[採点する](#) [やり直す](#)

**(9)**  $\frac{374}{221} = \frac{\square}{\square}$  (2桁の整数で試してください)

[採点する](#) [やり直す](#)

**(10)**  $\frac{255}{561} = \frac{\square}{\square}$  (2桁の整数で試してください)

[採点する](#) [やり直す](#)