== 相似図形と辺の比 ==

【相似図形の性質】
相似図形については，3組の辺の比が等しくなる．

⇒　この公式を使って辺の長さを求めることができる．

例

右図1で$AB//CD$ のとき，△AEB と△DEC が相似図形になるので

（証明）

△AEBと△DECについて

∠AEB=∠DEC …（対頂角は等しい）

∠ABE=∠DCE …（平行線の錯角は等しい）

だから，△AEBと△DEC は相似図形

$AB:DC=AE:DE=BE:CE$ が成り立つ．

そこで $BE:CE$ を求めたいときは，$AB:DC$ の比$3:2$ を書けばよい．（♪～「辺の比は相似比で答える」～♪）

もちろん，これは辺の長さが $BE=3$ とか $CE=2$ などということではない．比が$3:2$ ということは，実際の長さとしては 6 と4，9 と6，12 と8 などいろいろな場合があるが，ここでは「長さは決まらなくても比だけなら求められる問題」を扱っている．

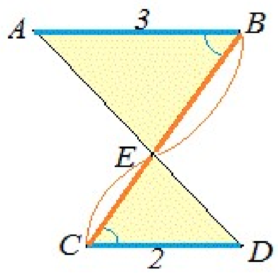


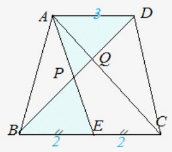
図1

上の例のように，♪～「辺の比は相似比で答える」～♪とよい

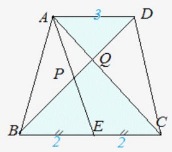
【要点】 辺の比 $BE:CE$ を求めたいときは，
(1)　その線分が辺になっている2つの相似図形△AEB と△DEC を見つける
(2)　すでに辺の比が分かっている他の辺の比 $AB:DC$ を答える

例題1

右図2において $AD//BC$，$AD=3$，$BC=4$，E は BC の中点，対角線 BD と AE，AC の交点を各々 P，Q とするとき，



(1)　$BP:PD$ は△APD と△EPB を見れば分かるから，$2:3$



(2)　$BQ:QD$ は△AQD と△CQB を見れば分かるから，$4:3$

(3)　$BP:PQ$ は(1)(2)から次のように計算で求められる．

ただし，$2:3$ や $4:3$ は実際の長さを表しているわけではないので，このまま使うことはできない．そこで，何か共通の基準「たとえば辺 BD の長さ」で表すことを考える．

$BP:PD=2:3$ だから $BP=\frac{2}{5}BD$

$BQ:QD=4:3$ だから $BQ=\frac{4}{7}BD$

ゆえに，$BP:BQ=\frac{2}{5}BD : \frac{4}{7}BD = \frac{2}{5} : \frac{4}{7} = \frac{14}{35} : \frac{20}{35} = 14:20$

結局 $BP:PQ=14:(20-14)=14:6=7:3$ …（答）

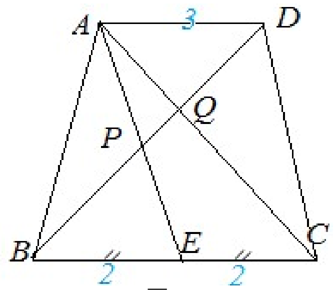


図2

問題1 （もっとも簡単な整数比で答えなさい．）

右図において $AD//BC$, $AD=5$, $BC=6$, E は BC の中点，対角線 AC と BD , ED の交点を各々 P , Q とするとき，

(1) $AP:PC=$ 5 : 6 ○○

採点する やり直す 解説

(2) $AQ:QC=$ 5 : 3 ○○

採点する やり直す 解説

(3) $AP:PQ=$ 8 : 3 ○○

採点する やり直す 解説

(1) $\triangle APD \backsim \triangle CPB$ だから

$AP:PC=AD:CB=5:6$…(答)

(2) $\triangle AQD \backsim \triangle CQE$ だから

$AQ:QC=AD:CE=5:3$…(答)

(3)

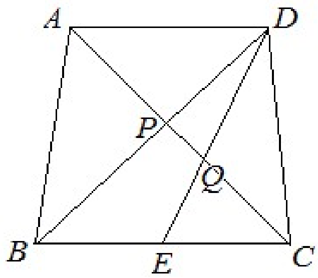
$AP=\frac{5}{11}AC$

$AQ=\frac{5}{8}AC$

だから

$AP:AQ=\frac{5}{11}AC:\frac{5}{8}AC=\frac{5}{11}:\frac{5}{8}=\frac{40}{88}:\frac{55}{88}=40:55=8:11$

$AP:PQ=8:(11-8)=8:3$ …(答)



【答案の傾向】

(1) 2010.3.11--2012.6.8の期間に寄せられた答案67件について（以下の問題についても同様）

≪正答率≫⇒72%で基本問題としてはまずまずのできです．

≪主な誤答≫⇒特に多い間違いはありませんでした．

≪ここがポイント≫⇒$AP:PC=AD:CB$と考えます．

【答案の傾向】

(2) ≪正答率≫⇒69%で基本問題としてはまずまずのできです．

≪主な誤答≫⇒特に多い間違いはありませんでした．

≪ここがポイント≫⇒$AQ:QC=AD:CE$と考えます．

【答案の傾向】

(3) ≪正答率≫⇒25%でほとんどの人が間違いました．

≪主な誤答≫⇒$5:3$と答えた答案が15%ありました．

≪ここがポイント≫⇒(1)(2)の結果を用いてAQ, AQをそれぞれACで表します．

問題2 （もっとも簡単な整数比で答えなさい．）

右図において $AD//BC$, $AE=2$, $ED=3$, $BC=7$, 対角線 BD と AC , EC の交点を各々 P , Q とするとき，

(1) $BP:PD=$ 7 : 5 ○○

採点する やり直す 解説

(2) $BQ:QD=$ 7 : 3 ○○

採点する やり直す 解説

(3) $BP:PQ=$ 5 : 1 ○○

採点する やり直す 解説

(1) $\triangle APD \backsim \triangle CPB$ だから

$BP:PD=BC:DA=7:5$…(答)

(2) $\triangle EQD \backsim \triangle CQB$ だから

$BQ:QD=BC:DE=7:3$…(答)

(3)

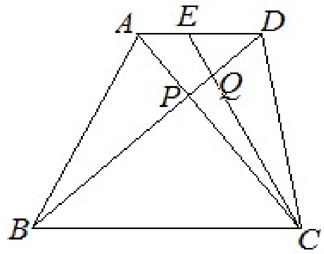
$BP=\frac{7}{12}BD$

$BQ=\frac{7}{10}BD$

だから

$BP:BQ=\frac{5}{12}BD:\frac{7}{10}BD=\frac{7}{12}:\frac{7}{10}=\frac{35}{60}:\frac{42}{60}=35:42=5:6$

$BP:PQ=5:(6-5)=5:1$ …(答)



【答案の傾向】

(1) ≪正答率≫⇒66%で基本問題としてはまずまずのできです．

≪主な誤答≫⇒$5:7$と答えた答案が10%ありました．

≪ここがポイント≫⇒$BP:PD=BC:AD$と考えます．

【答案の傾向】

(2) ≪正答率≫⇒70%で基本問題としてはまずまずのできです．

≪主な誤答≫⇒特に多い間違いはありませんでした．

≪ここがポイント≫⇒$BQ:QD=BC:ED$と考えます．

【答案の傾向】

(3) ≪正答率≫⇒45%と低いですが，前の問題よりはよくなってきました．

≪主な誤答≫⇒$7:2$と答えた答案が10%ありました．

≪ここがポイント≫⇒(1)(2)の結果を用いてBP, BQをそれぞれBDで表し$PQ=BQ-BP$とします．

問題3 （もっとも簡単な整数比で答えなさい．）

右図の平行四辺形 $ABCD$ において $BE=3$, $EC=2$, $CF=1$, $FD=5$, 対角線 BD と AE , AF の交点を各々 P , Q とするとき，

(1) $BP:PD=$ 3 : 5 ○○

採点する やり直す 解説

(2) $BQ:QD=$ 6 : 5 ○○

採点する やり直す 解説

(3) $BP:PQ=$ 11 : 5 ○○

採点する やり直す 解説

(1) $\triangle APD \backsim \triangle EPB$ だから

$BP:PD=BE:DA=3:5$…(答)

(2) $\triangle BQA \backsim \triangle DQF$ だから

$BQ:QD=BA:DF=6:5$…(答)

(3)

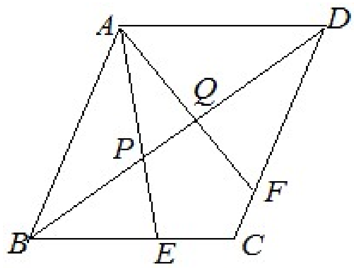
$BP=\frac{3}{8}BD$

$BQ=\frac{6}{11}BD$

だから

$BP:BQ=\frac{3}{8}BD:\frac{6}{11}BD=\frac{3}{8}:\frac{6}{11}=\frac{33}{88}:\frac{48}{88}=33:48=11:16$

$BP:PQ=11:(16-11)=11:5$ …(答)



【答案の傾向】

(3) ≪正答率≫⇒48%と低いですが，前の問題よりはよくなってき

【答案の傾向】
(1) ≪正答率≫⇒72%でよくなってきました.
≪主な誤答≫⇒特に多い間違いはありません.
≪ここがポイント≫⇒$BP:PD=BE:AD$と考えます.

【答案の傾向】
(2) ≪正答率≫⇒58%とやや低くなっています.
≪主な誤答≫⇒$1:1$と答えた答案が6%ありました.
≪ここがポイント≫⇒$BQ:QD=BA:FD$と考えます.

ました.
≪主な誤答≫⇒無答答案が31%ありました.
≪ここがポイント≫⇒(1)(2)の結果を用いてBP, BQをそれぞれBDで表し$PQ=BQ-BP$とします.