== 相似図形と辺の比 ==

【相似図形の性質】
相似図形については，3組の辺の比が等しくなる．

⇒ この公式を使って辺の長さを求めることができる．

例

右図1で$AB//CD$ のとき，$\triangle AEB$ と$\triangle DEC$ が相似図形になるので

（証明）

$\triangle AEB$と$\triangle DEC$について

$\angle AEB=\angle DEC$ …（対頂角は等しい）

$\angle ABE=\angle DCE$ …（平行線の錯角は等しい）

だから，$\triangle AEB$と$\triangle DEC$ は相似図形

$AB:DC=AE:DE=BE:CE$ が成り立つ．

そこで $BE:CE$ を求めたいときは，$AB:DC$ の比$3:2$ を書けばよい．（♪～「辺の比は相似比で答える」～♪）

もちろん，これは辺の長さが $BE=3$ とか $CE=2$ などということではない．比が$3:2$ ということは，実際の長さとしては 6 と4，9 と6，12 と8 などいろいろな場合があるが，ここでは「長さは決まらなくても比だけなら求められる問題」を扱っている．

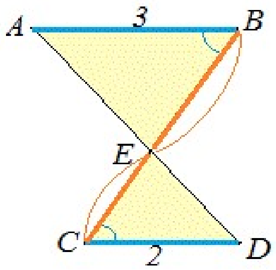


図1

上の例のように，♪～「辺の比は相似比で答える」～♪とよい

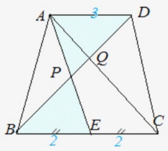
【要点】辺の比 $BE:CE$ を求めたいときは，

(1) その線分が辺になっている2つの相似図形$\triangle AEB$ と$\triangle DEC$ を見つける

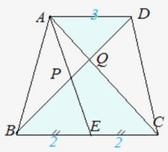
(2) すでに辺の比が分かっている他の辺の比 $AB:DC$ を答える

例題1

右図2において $AD//BC$，$AD=3$，$BC=4$，E は BC の中点，対角線 BD と AE，AC の交点を各々 P，Q とするとき，



(1) $BP:PD$ は$\triangle APD$ と$\triangle EPB$ を見れば分かるから，$2:3$



(2) $BQ:QD$ は$\triangle AQD$ と$\triangle CQB$ を見れば分かるから，$4:3$

(3) $BP:PQ$ は(1)(2)から次のように計算で求められる．

ただし，$2:3$ や $4:3$ は実際の長さを表しているわけではないので，このまま使うことはできない．そこで，何か共通の基準「たとえば辺 BD の長さ」で表すことを考える．

$BP:PD=2:3$ だから $BP=\frac{2}{5}BD$

$BQ:QD=4:3$ だから $BQ=\frac{4}{7}BD$

ゆえに，$BP:BQ=\frac{2}{5}BD : \frac{4}{7}BD = \frac{2}{5} : \frac{4}{7} = \frac{14}{35} : \frac{20}{35} =14:20$

結局 $BP:PQ=14:(20-14)=14:6=7:3$ …（答）

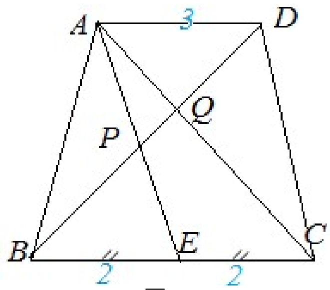


図2

問題１（もっとも簡単な整数比で答えなさい．）

右図において $AD//BC$, $AD=5$, $BC=6$, E は BC の中点，対角線 AC と BD , ED の交点を各々 P , Q とするとき，

(1) $AP:PC=$:

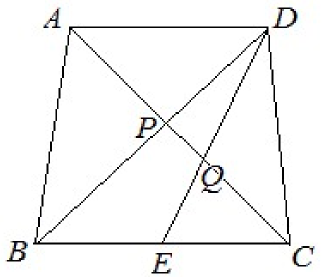
採点する やり直す

(2) $AQ:QC=$:

採点する やり直す

(3) $AP:PQ=$:

採点する やり直す



問題２（もっとも簡単な整数比で答えなさい．）

右図において $AD//BC$, $AE=2$, $ED=3$, $BC=7$, 対角線 BD と AC , EC の交点を各々 P , Q とするとき，

(1) $BP:PD=$:

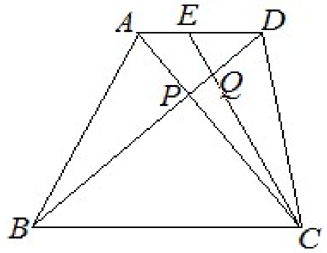
採点する やり直す

(2) $BQ:QD=$:

採点する やり直す

(3) $BP:PQ=$:

採点する やり直す



問題３（もっとも簡単な整数比で答えなさい．）

右図の平行四辺形 $ABCD$ において $BE=3$, $EC=2$, $CF=1$, $FD=5$, 対角線 BD と AE , AF の交点を各々 P , Q とするとき，

(1) $BP:PD=$:

採点する やり直す

(2) $BQ:QD=$:

採点する やり直す

(3) $BP:PQ=$:

採点する やり直す